Elementele constructive sunt rezistenţa lineică a braţului de înaltă tensiune şi rezistenţa concentrată R_2 a braţului de joasă tensiune. Mărimile parazite sunt inductivitatea lineică serie L' capacitatea parazită longitudinală serie K' şi capacitatea parazită transversală (faţă de pământ) C' ambele considerate ca mărimi lineice.

Considerând braţul de înaltă tensiune ca o linie electrică lungă, matricea sa caracteristică este:

$$\|A_1\| = \begin{Vmatrix} ch\gamma l & Z_c sh\gamma l \\ \dfrac{sh\gamma l}{Z_c} & ch\gamma l \end{Vmatrix} \tag{1}$$

Matricea corespunzătoare cuadripolului ce reprezintă braţul de joasă tensiune este:

$$\|A_2\| = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ \dfrac{1}{R_2} & 1 \end{Vmatrix} \tag{2}$$

Cu aceasta matricea divizorului A are expresia:

$$\|A\| = \begin{Vmatrix} ch\gamma l + \dfrac{Z_c}{R_2} sh\gamma l & Z_c sh\gamma l \\ \dfrac{sh\gamma l}{Z_c} + \dfrac{ch\gamma l}{R_2} & ch\gamma l \end{Vmatrix} \tag{3}$$

2. Schema electrică echivalentă a divizorului

Schema electrică echivalentă a divizorului rezistiv în conducţie modulară este prezentată în fig.1.

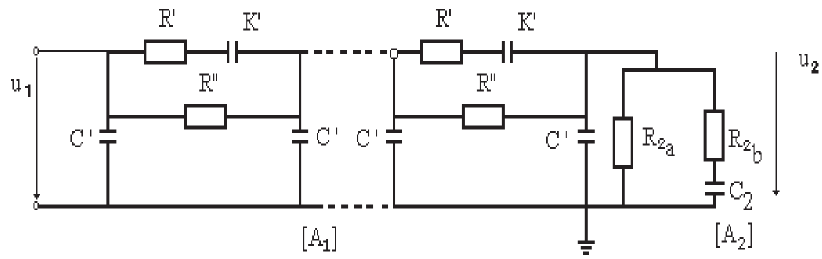

Fig.1 Schema electrică echivalentă a divizorului de tensiune universal în structură modulară

3. Funcţia de transfer a divizorului

Tronsonul unitar al braţului de înaltă tensiune este reprezentat în fig.2.

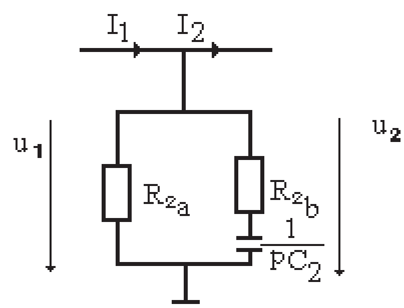

Fig. 2 Cuadripolul echivalent braţului de joasă tensiune

Prin definiţie, [1]:

$$Z_c = \sqrt{Z_l Z_t} \tag{4}$$

şi respectiv:

$$\gamma = \sqrt{\frac{Z_l}{Z_t}} \tag{5}$$

Impedanţa lineică operaţională longitudinală este:

$$Z_l = \frac{p + R^/ / L^/}{K^/\left(p^2 + pR^/ / L^/ + 1 / K^/ L^/\right)} \tag{6}$$

iar cea operaţională transversală are expresia:

$$Z_t = \frac{1}{pC^{/}} \tag{7}$$

Înlocuind (6) şi (7) în (4) se obţin, după calcule simple:

$$Z_C = \sqrt{\frac{p + R/L}{pCK\left(p^2 + pR/L + 1/LK\right)}} \tag{8}$$

$$\delta = \frac{1}{l}\sqrt{\frac{C\left(p^2 + pR/L\right)}{K\left(p^2 + pR/L + 1/LK\right)}} \tag{9}$$

unde s-au folosit mărimile totale:

$$C = C^{/} \cdot l \qquad L = L^{/} \cdot l \tag{10}$$

$$K = K^{/} \cdot l \qquad R = R^{/} \cdot l$$

l fiind lungimea braţului de înaltă tensiune.

Funcţia de transfer a divizorului rezistiv este:

$$H(p) = \frac{u_2}{u_1} \tag{11}$$

unde u_1 şi u_2 sunt tensiunile de intrare şi de ieşire.

Dacă ieşirea divizorului este în gol, ceea ce se poate admite datorită impedanţei mari de intrare în osciloscop

$$H(p) = \frac{1}{A_{11}(p)} \tag{12}$$

unde $A_{11}(p)$ este primul termen al matricii $\|A\|$.

4. Calculul timpului de răspuns intrinsec al divizorului rezistiv

Cunoscându-se funcţia de transfer, timpul de răspuns se determină cu relaţia:

$$T_r = \frac{A_{11}^{/}(0)}{A(0)} \tag{13}$$

unde:

$$A_{11}(p) = ch\gamma l + \frac{\gamma l}{pcR_2} sh\gamma l \tag{14}$$

Prin dezvoltarea în serie a funcţiilor hiperbolice, se obţine expresia :

$$A_{11}(p) = 1 + \frac{\frac{C}{2K}\left(p^2 + 2p\delta\right) + \frac{1}{KR_2}\left(p^2 + 2p\delta\right)}{p^2 + 2p\delta + \omega_0^2} + \frac{\frac{C}{6K^2R_2}\left(p^3 + 4p^2\delta + 4p\delta^2\right)}{p^2 + 2p\delta + \omega_0^2} \tag{15}$$

în care s-au introdus notaţiile: $\delta = \frac{R}{2L}$ şi $\omega_0^2 = \frac{1}{LK}$.

Determinăm în continuare:

$$A_{11}(0) = 1 + \frac{2\delta}{KR_2\omega_0^2} = \frac{R + R_2}{R_2} \tag{16}$$

$$A_{11}^{/}(0) = \frac{3CRR_2 - 6R^2K + R^2C}{6R_2} \tag{17}$$

Ţinând seama de relaţiile (16) şi (17) se obţine relaţia de calcul a timpului de răspuns:

$$T_r = \frac{3CRR_2 + R^2(C - 6K)}{6(R + R_2)} \tag{18}$$

5. Concluzii

Considerarea structurii cuadripolare a unui divizor face posibilă determinarea funcţiei de transfer în cazul general în care braţul de înaltă tensiune este considerat o linie lungă. Prin determinarea funcţiei de transfer se poate evalua în mod simplu timpul de răspuns ca performanţă globală a divizorului; acesta depinde esenţial de mărimile de construcţie şi de cele parazite.

Bibliografie

[1] Hortopan G., Hortopan V.," Şunturi şi divizoare de tensiune", Ed. Tehnică, Bucureşti, 1998.

[2] Pfeiffer W., „Tehnica impulsului (traducere din limba germană)", Ed. Tehnică, Bucureşti, 1992.

[3] Popescu C., „ Performantele divizorului de tensiune R-C serie", Bucureşti,1999.

[4] Şora C., „ Bazele electrotehnicii", E.D.P., Bucureşti, 1982.

Anexă

Relativ la calculul timpului de răspuns. În relaţia (14) se înlocuiesc funcţiile hiperbolice cu primii doi termeni ai dezvoltării în serie de puteri, rezultând:

$$A_{11}(p)=1+\frac{(\gamma l)^2}{2}+\frac{\gamma l}{pCR_2}\left[\gamma l+\frac{(\gamma l)^3}{6}\right]=1+\frac{(\gamma l)^2}{2}+\frac{(\gamma l)^2}{pCR_2}+\frac{(\gamma l)^4}{6pCR_2}$$

Pe de altă parte $\gamma l=\sqrt{\frac{C}{K}\cdot\frac{\left(p^2+2p\delta\right)}{p^2+2p\delta+\omega_0^2}}$ şi deci:

$$A_{11}=1+\frac{C}{2K}\cdot\frac{p^2+2p\delta}{p^2+2p\delta+\omega_0^2}+\frac{C}{KCR_2p}-\frac{p^2+2p\delta}{p^2+2p\delta+\omega_0^2}+\frac{C^2p^2(p+2p\delta)^2}{6K^2pCR_2\left(p^2+2p\delta+\omega_0^2\right)}$$

Înlocuind expresiile δ şi ω_0^2 se obţine:

$$A_{11}(0)=1+\frac{2\frac{R}{2L}}{KR_2\frac{1}{KL}}=\frac{R+R_2}{R_2}$$

Expresia derivatei $A_{11}^{/}(p)$ este:

$$A_{11}^{/}(p)=\frac{\left[\frac{C}{2K}(2p+2\delta)+\frac{1}{kR_2}\right]\left(p^2+2p\delta+\omega_0^2\right)^2}{\left(p^2+2p\delta+\omega_0^2\right)}-$$

$$-\frac{(2p+2\delta)\left[\frac{C}{2K}\left(p^2+2p\delta\right)+\frac{1}{kR_2}(p+2\delta)\right]}{\left(p^2+2p\delta+\omega_0^2\right)^2}+$$

$$+\frac{C}{6K^2R_2}\frac{\left(3p^2+8p\delta+4\delta^2\right)\left(p^2+2p\delta+\omega_0^2\right)^2}{\left(p^2+2p\delta+\omega_0^2\right)^4}-$$

$$-\frac{C}{6K^2R_2}\frac{2(2p+2\delta)\left(p^2+2p\delta+\omega_0^2\right)\left(p^3+4p^2\delta+4p\delta^2\right)^2}{\left(p^2+2p\delta+\omega_0^2\right)^4}$$

care la limită conduce la relaţia:

$$A_{11}^{/}(0)=\frac{\frac{C}{2K}2\delta\omega_0^2-4\frac{\delta^2}{KR_2}}{\omega_0^4}+\frac{C}{6K^2R_2}\cdot\frac{4\delta^2\omega_0^2}{\omega_0^8}=\frac{C\delta}{K\omega_0^2}-\frac{4\delta^2}{K^2R_2\omega_0^4}+\frac{2}{3}\cdot\frac{C}{K^2R_2}\cdot\frac{\delta^2}{\omega_0^4}$$

şi, deci înlocuind δ şi ω_0

$$A_{11}^{/}(0)=\frac{CR}{2}-\frac{R^2K}{R_2}+\frac{R^2C}{6R_2}$$

relaţie din care, prin aducerea la acelaşi numitor se obţine:

$$A_{11}^{/}(0)=\frac{3CRR_2-6R^2K+R^2C}{6R_2}$$